Alcuni numeri celebri o per meglio dire….

π

un rapporto celebre

parleremo di

- Definizione/i
- Notazione
- Il numero nella storia: le sue approssimazioni
- Alcune dimostrazioni…
- Natura del numero
- Curiosità, analogie, riflessioni ….

π definizioni

π è il rapporto tra la circonferenza C ed il suo diametro d. Quindi π è la lunghezza della circonferenza rettificata di diametro unitario.

Siamo proprio sicuri che tale rapporto resti il medesimo al variare del raggio?

E’ così in ogni spazio in cui esiste la nozione di distanza e dove è verificato il teorema di Talete.

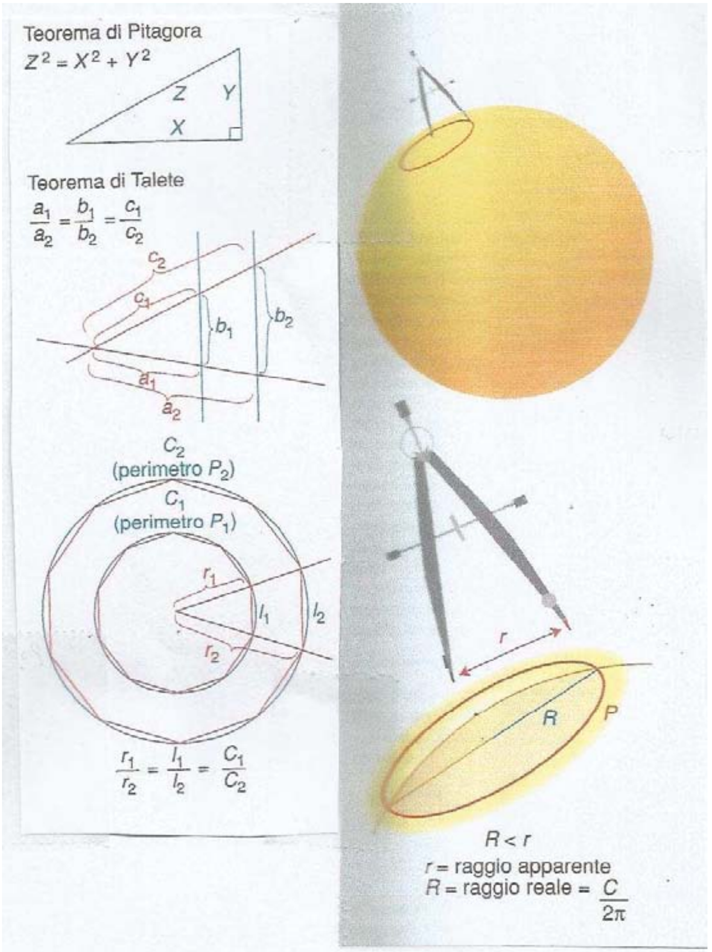
Se quindi la geometria è euclidea tale rapporto è costante.

π definizioni

Si ammette in generale che lo spazio fisico è uno spazio euclideo e che π è una costante fisica misurabile sperimentalmente a partire da un cerchio qualunque per il quale si calcoli il rapporto tra circonferenza rettificata e diametro.

In realtà dalla teoria della relatività generale di Einstein in poi non è vero che il nostro spazio sia perfettamente euclideo…..

Nella geometria euclidea c’è proporzionalità diretta…..



sferica ad esempio tracciando con apertura r tracciamo una

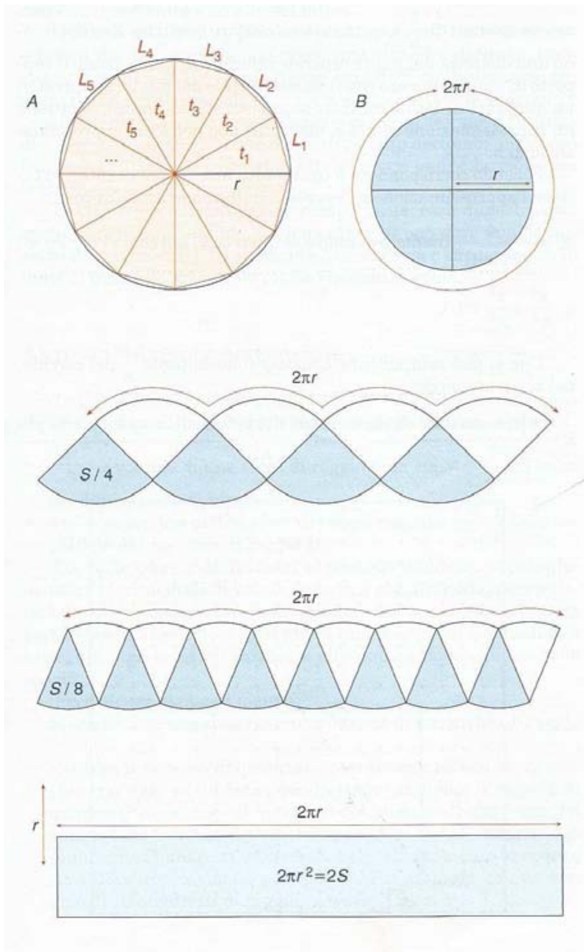
π definizioni

π è il rapporto tra la superficie di un cerchio ed il quadrato del suo raggio (rapporto costante nello spazio euclideo) quindi π è la superficie di un cerchio di raggio unitario.

Il π definito con i due rapporti è veramente lo stesso numero?

La risposta è positiva e si dimostra col metodo del ri-arrangiamento.

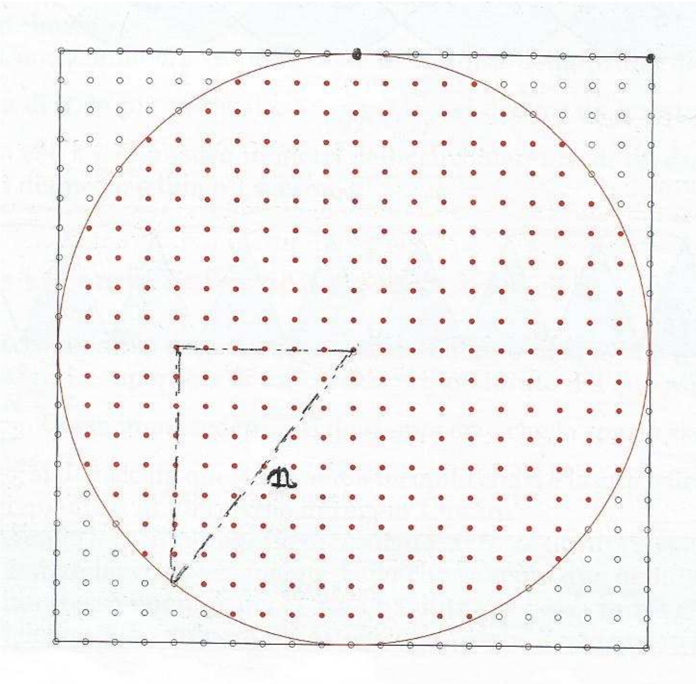
$$\pi = \frac{C}{2r} \qquad \pi = \frac{S}{r^2}$$



π definizioni

- Una 'definizione' aritmetica di π basata unicamente su calcoli con numeri interi.
- Per un intero positivo n dato, consideriamo tutte le coppie di interi $(x;y)$ compresi fra $-n$ e $+n$: il loro numero è $(2n+1)^2$. Fra questi prendiamo quelli tali $\mathbf{x^2+y^2< n^2}$. Il numero di queste coppie così trovato sia S_n.
- Si ha che $4S_n/(2n+1)^2$ è una approssimazione per difetto di π. Infatti il rapporto tra l'area del cerchio e quella del quadrato circoscritto è:

$$\frac{\pi r^2}{(2r)^2} = \frac{\pi r^2}{4r^2} = \frac{\pi}{4} \quad \text{per cui} \quad \lim_{n\to\infty} \frac{4S_n}{(2n+1)^2} = \boldsymbol{\pi}$$



Esempio *n=10* ; il numero totale di punti è 441 e quelli con distanza dal centro minore di 10 sono 305 da cui l'approssimazione di π *è*

$4\times\frac{305}{441} = 2{,}764\ \ldots\ldots$ piuttosto lontano!

Con questo metodo la convergenza a πè molto lenta!

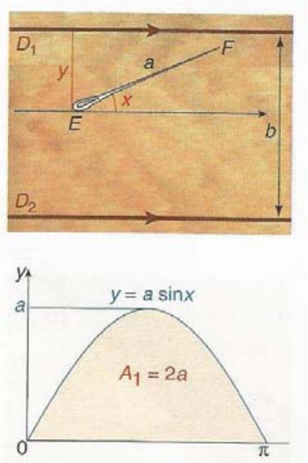
Metodo di MONTECARLO

Affidando ad un calcolatore, per mezzo della funzione *random,* la scelta a caso del punto e ripetendo questa operazione un gran numero di volte la convergenza è ancora più lenta di quella precedente.

π definizioni

- Una ‘definizione’ che utilizza il calcolo delle probabilità è dovuta al naturalista Georges Louis Leclerc, conte di Buffon (1707-1788).
- Consideriamo un parquet i cui listelli hanno una larghezza L sul quale lanciamo un ago di lunghezza L. Buffon dimostrò che la probabilità che l’ago intersechi il bordo di un listello è 2/ π . Purtroppo nella pratica questo metodo non è molto efficace perché per ottenere una precisione di un millesimo con una probabilità del 95% occorrerebbe lanciare circa 900000 aghi!

di Buffon $P=\frac{2a}{b\pi}$



Modellizzazione del problema di Buffon. L'estremità E dell'ago dista y dalla retta D_1 che rappresenta il bordo di un listello del parquet, e l'ago forma un angolo x con la direzione di questa retta. L'ago interseca D_1 quando y è minore di a sen$x$. La superficie A_1 corrispondente ai casi favorevoli in cui $y < a$ sen x, è uguale a $2a$.

Consideriamo la probabilità che l'ago intersechi la linea D1; tale probabilità andrà raddoppiata in quanto l'ago potrebbe anche incontrare la linea D2.
Consideriamo il piano delle posizioni dell'ago cioè l'insieme dei punti *(x;y) /* $-\pi \leq x \leq \pi \quad 0 \leq y \leq b$
Casi favorevoli: poiché deve essere $\boldsymbol{y < a\, senx}$ i punti che verificano tale condizione sono quelli tra l'asse x e la curva *y=a senx* la cui area è $\int_0^{\pi} a\, sen\, x\, dx = -a\cos\pi + a\cos 0 = 2a$
Casi possibili : area del rettangolo di base 2π ed altezza b = $2\pi b$

Quindi P $=2\,\frac{2a}{2\pi b} = \frac{2a}{b\pi}$ c.v.d.

Se *a=b=L* *P=* $\frac{2}{\pi}$ da cui $\pi = \frac{2}{P}$.

π definizioni

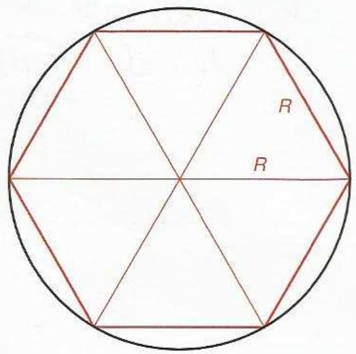
- I matematici moderni per la definizione di π hanno abbandonato la strada della geometria (tentata fino al 1934) a favore dell'analisi.
- Nel libro «Analisi» di Arnaudiès e Fraysse (Parigi 1988) si definisce π come il doppio dell'unica radice dell'equazione *cos x =0* compresa tra 0 e 2.
- Quanto alla funzione *coseno* nella stessa opera è stata definita dalla formula: $\cos z = \frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}$

π notazione

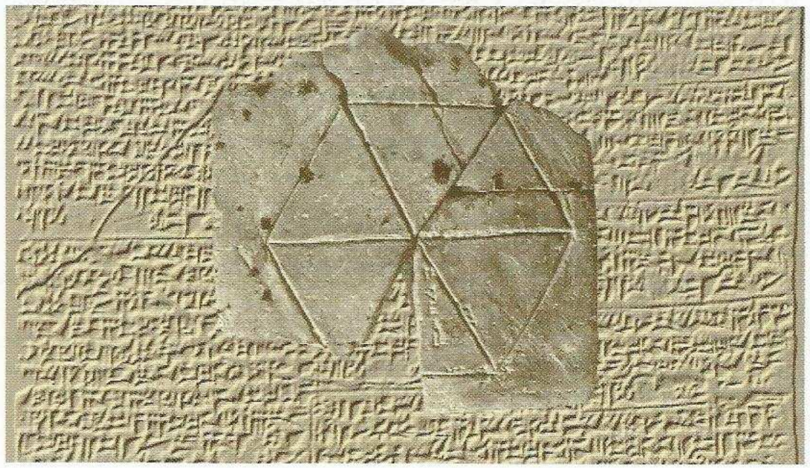
- Nel 1647 William Oughtred e poi Isaac Barrow, maestro di Newton, utilizzano la notazione π per indicare la circonferenza di un cerchio di raggio r. Probabilmente perché utilizzano l'iniziale della parola con cui nel trattato «Sulla misura del cerchio» Archimede stesso designa la lunghezza della circonferenza: $\pi\varepsilon\rho\acute{\iota}\mu\varepsilon\tau\rho o\sigma$
- Nel 1706 William Jones pubblica «*A New Introduction to Mathematics* » in cui per la prima volta π indica il rapporto tra la circonferenza ed il suo diametro.
- Ciò diverrà consuetudine dopo che nel 1737 anche Eulero (1707-1783), considerato da certi storici della scienza come il più grande matematico di tutti i tempi, utilizza π come rapporto.

π Il numero nella storia

- **<u>Babilonesi</u>** Da una tavoletta in scrittura cuneiforme scoperta nel 1936 e datata attorno al 4000 a.C. si ricava che π = 3+ 1/8 ma in altri contesti si usano altri valori (il π delle due formule- circonferenza e cerchio- non era lo stesso)



$$\pi = \frac{3}{\frac{57}{60} + \frac{36}{3\,600}} = 3 + \frac{1}{8}$$

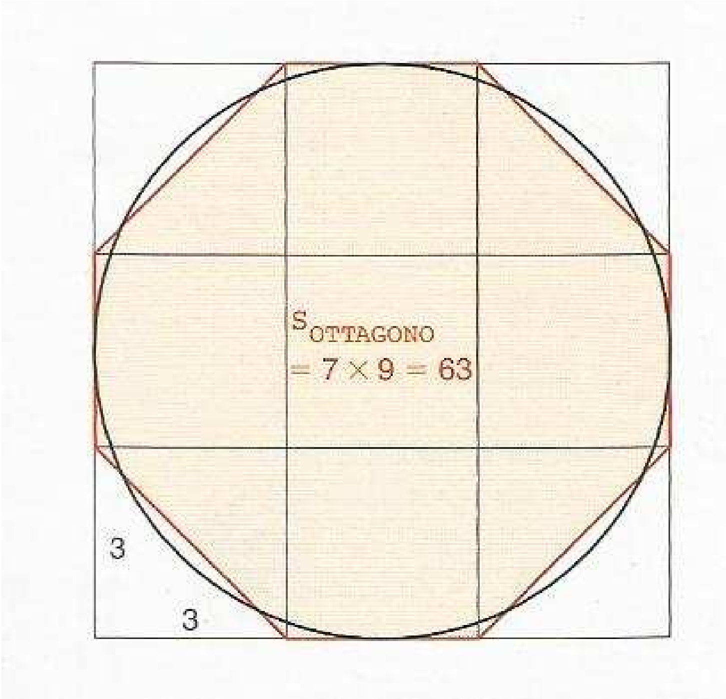


Su una tavoletta babilonese scritta in caratteri cuneiformi si è trovata l'approssimazione $\pi = 3 + \frac{1}{8}$. I Babilonesi ci sarebbero arrivati confrontando il perimetro del cerchio con quello dell'esagono inscritto, uguale a 3 volte il diametro.

π Il numero nella storia

- **Antico Egitto** Papiro di Rhind scoperto nel 1855: è il testo risalente a circa il 1650 a.C. in cui lo scriba Ahmés ricopia un manuale antecedente di due secoli. Il π delle formule è lo stesso.
- Calcolavano l'area del cerchio di diametro D con la regola della diminuzione di 1/9 per cui $S = (D - D/9)^2$ da cui si ricava che

$\pi = \left(\frac{16}{9}\right)^2$=3,1604… Non sappiamo se avessero coscienza che si tratti di un valore approssimato.



Il raggio è 9/2 quindi $S=\pi\left(\frac{9}{2}\right)^2$

per compensare il fatto che l'area del cerchio è un po' più grande di quella dell'ottagono si sostituisce 63 con 64: $\pi\left(\frac{9}{2}\right)^2 = 64$ da cui

$$\pi = \frac{8^2}{\left(\frac{9}{2}\right)^2} = \left(\frac{16}{9}\right)^2$$

Nella BIBBIA (*Libro dei Re* circa 550 a.C.)il valore di π è 3.
«Fece un bacile di metallo fuso di 10 cubiti da un orlo all'altro, tutto rotondo, la sua altezza era di 5 cubiti ed era circondato da un orlo di 30 cubiti.»
Il Rabbino matematico Nehemiah attorno al 150 d.C. ha problemi di conciliare scienza e fede……..

cioè determinare un quadrato equivalente al cerchio
In termini moderni il lato *x* del quadrato è la soluzione positiva dell'equazione
$x^2 = \pi r^2$ cioè $x = r\sqrt{\pi}$

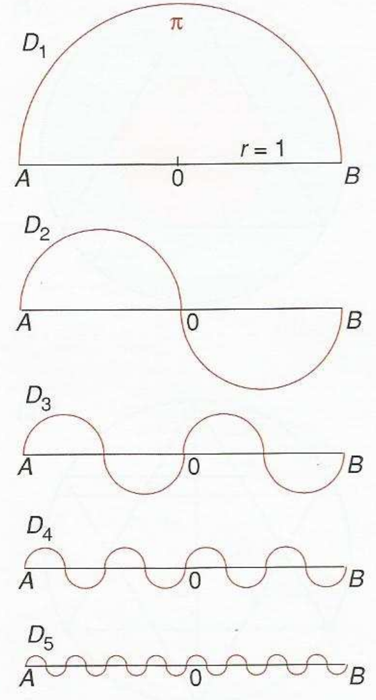
- ANASSAGORA (500-428 a.C.) si propose di quadrare il cerchio con le seguenti regole:
- Utilizzando solo riga non graduata e compasso
- Considerando solo un numero finito di passaggi intermedi
- In pratica si voleva costruire $\sqrt{\pi}$, la qual cosa era possibile una volta costruito π e quindi il problema equivale alla rettificazione della circonferenza con riga e compasso.

π e la QUADRATURA DEL CERCHIO

- ANTIFONTE (V sec. a.C.) cerca di inscrivere nel cerchio un poligono abbastanza grande da ricoprirlo esaustivamente (*principio di esaustione*). Egli sostiene che poiché i poligoni che ricoprono il cerchio si possono quadrare singolarmente, allora si può quadrare anche il cerchio. Ma il problema è …..

Il passaggio al limite

La lunghezza di una curva limite non è il limite delle lunghezze → vedi il paradosso per cui π=2!



Le curve D_1, D_2, ..., hanno tutte lunghezza π. Esse tendono al segmento AB di lunghezza 2. Quindi $\pi = 2$.

π e la QUADRATURA DEL CERCHIO

Negli ELEMENTI di EUCLIDE (III sec. a.C) il principio di esaustione diventa più potente grazie alla formulazione di ***Eudosso di Cnido*** (IV sec. A.C), perché si afferma che prendendo poligoni con un gran numero di lati *si può rendere la differenza* tra l'area del cerchio e l'area dei poligoni che via via si costruiscono *più piccola di ogni quantità positiva presa a piacere, per quanto essa sia piccola.*

Il principio di esaustione di Eudosso, ripreso da Archimede, anche noto come Assioma di Continuità, sfocia in una forma di calcolo integrale ante- litteram e conduce alla determinazione esatta di aree e volumi. Euclide riporta la dimostrazione per assurdo (attribuibile ad Eudosso) del teorema secondo cui le aree dei cerchi stanno tra loro come i quadrati costruiti sui rispettivi diametri in cui si utilizza esplicitamente l'assioma.

Esso permette di stabilire che il π in $\pi = \frac{C}{2r}$ ed in $\pi = \frac{S}{r^2}$ è lo stesso!

$$\mathrm{S} = \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\lim_{n\to\infty} P_n \times r}{2} = \frac{C \times r}{2} = \frac{2\pi r \times r}{2} = \frac{2\pi r^2}{2} = \pi r^2$$

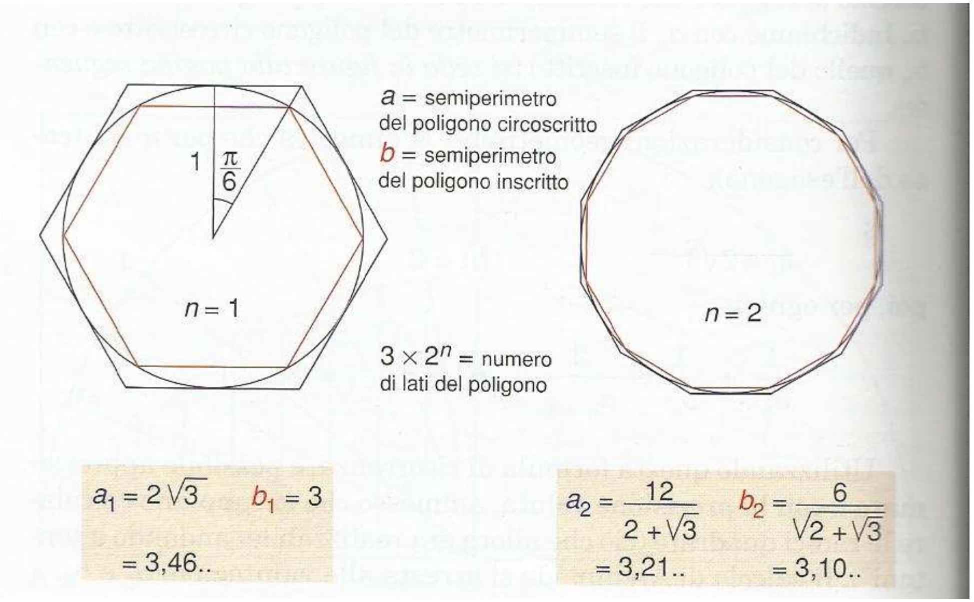
π e la QUADRATURA DEL CERCHIO

ARCHIMEDE di SIRACUSA (287-212 a.C.) in «Sulla misura del cerchio» stabilisce che $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$

3,1408.. < π < 3,1429.. considerando poligoni con 6, 12, 24, 48, 96 lati cioè con poligoni avente un numero di lati del tipo 3×2^k facendo ricorso a calcoli astratti, basati solo su proprietà geometriche. Non fa ricorso a misure e quindi egli non si basa sull'ipotesi che il mondo fisico sia euclideo.

Cerchiamo di capire il procedimento ed entriamo nel merito →

π e la QUADRATURA DEL CERCHIO



Prendendo come raggio 1, allora i semiperimetri sono le approssimazioni di π.

Se prendiamo come raggio ½ allora i perimetri sono le approssimazioni di π.
Proviamo a cercare una formula ricorsiva che permetta, conoscendo il perimetro del poligono di n lati, di determinare quello del poligono di 2n lati.

π e la QUADRATURA DEL CERCHIO

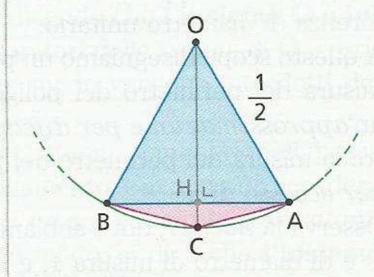


FIGURA 10

$$\overline{AH} = \frac{l_n}{2} \qquad \overline{OH} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{l_n}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{1-l_n^2}$$

$$\overline{CH} = \overline{CO} - \overline{OH} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1-l_n^2} = \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{1-l_n^2}\right)$$

$$\overline{AC} = l_{2n} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{\frac{l_n^2}{4} + \left[\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{1-l_n^2}\right)\right]^2} = \sqrt{\frac{1-\sqrt{1-l_n^2}}{2}}$$

da cui, applicando la formula per la trasformazione dei radicali doppi, si ha:

$$l_{2n} = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{l_n}{4}} - \sqrt{\frac{1}{4}-\frac{l_n}{4}} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+l_n} - \sqrt{1-l_n}\right)$$

Indicando con p_n e con p_{2n} le misure dei perimetri dei poligoni regolari rispettivamente di n e $2n$ lati inscritti nella circonferenza, si ha:

$$p_n = n \cdot l_n \quad \longrightarrow \quad l_n = \frac{p_n}{n} \qquad\qquad p_{2n} = 2n \cdot l_{2n}$$

SAI GIÀ CHE...

La formula dei **radicali doppi** è

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}} \quad \text{con } a^2 > b$$

da cui $$p_{2n} = n\left(\sqrt{1+\frac{p_n}{n}} - \sqrt{1-\frac{p_n}{n}}\right)$$, dove n è il numero dei lati

→ in un foglio di Excel posso...

Da ARCHIMEDE in poi π esiste come oggetto matematico puro ma per più di 18 secoli non si farà alcun progresso in merito alla sua conoscenza !

π Il numero nella storia
Uno sguardo al di là dell'Europa

- **MAYA** secondo alcuni specialisti la scienza dei Maya antica di 2000 anni era arrivata ad una precisione di otto cifre ma… nessuna prova in quanto nel 1560 il vescovo dello Yucatan Diego de Landa fece bruciare tutti i documenti perché ritenuti diavolerie
- **In INDIA** Nel Siddharta (380 d.C.) il valore di π utilizzato è $3 + \frac{177}{1250} =$ 3,1416. Il matematico Brahmagupta nato nel 596 d.C. propose per π il valore $\sqrt{10}$= 3,162277… che è meno preciso del precedente.
- **In CINA** 12 secoli prima di Cristo utilizzavano il valore 3. Nel 130 d.C. Hou Han Shu propose 3,1622 probabilmente come valore decimale di $\sqrt{10}$ visto che in Cina si usava da sempre il sistema decimale. Questo sistema di numerazione permise di ottenere risultati più avanzati : in Cina la precisione di π= 355/113= 3,1415929… risale al V secolo mentre in Europa si raggiunge tale precisione solo nel XVI secolo.

π Il numero nella storia
Uno sguardo al di là dell'Europa

- **<u>Nell'ISLAM</u>** verso l'anno 800 *Al- Kwarizmi* utilizza il valore 3, 1416. Intorno al 1450 *Al-Kashi* con il metodo di Archimede utilizza 27 volte la formula ricorsiva (perimetro di un poligono di 3×2^{28} lati) e trova 14 decimali di π.
- ***Occorrerà aspettare per 100 decimali il 18° secolo e per 1000 il 20° secolo***

π il numero nella storia
In Europa prima dell'analisi

- A causa della troppo lenta adozione del sistema decimale i calcoli restano faticosi e meno precisi di quelli fatti in Cina.
- ***Tolomeo*** (ca.100- ca.170) $\pi = \mathbf{3 + \frac{8}{60} + \frac{30}{60^2}}$ =3,141666….
- ***Fibonacci*** (1180-1250) $\pi = 3{,}141818$
- ***Ludolph Von Cuelen*** (ca. 1539-1610) professore di Matematica all'Università di Leida (Paesi Bassi) utilizza il metodo di Archimede e con una ostinazione senza uguali arriva a calcolare <u>34 decimali</u> nel 1609. In Germania in ricordo del suo exploit π è talvolta chiamato il numero di Von Cuelen.
- A Parigi ***Viète*** (1540-1603), partendo da considerazioni geometriche sulla superficie di un poligono di 2^n lati scrive <u>la prima formula infinita di π</u>
- $$\boldsymbol{\pi} = 2 \times \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \times \cdots$$

ma come nel metodo di Archimede si guadagnano tre cifre ogni cinque passaggi per cui tale formula non è utile nella pratica.

- ***René Descartes*** (1596-1650) con il <u>metodo degli isoperimetri</u> (in ciascuna tappa il perimetro resta lo stesso mentre il raggio del cerchio circoscritto diminuisce) ottiene approssimazioni di tre cifre ogni cinque tappe.

π Il numero nella storia… ai tempi dell'analisi → nuove definizioni di π che si svincolano dalla geometria

- ***Wallis*** (1616-1703) professore ad Oxford contribuì a svincolare definitivamente l'algebra e l'aritmetica dalle rappresentazioni geometriche. Contribuì allo sviluppo delle notazioni matematiche moderne $<$ $>$ ∞. Per quasi un quarto di secolo sostenne una controversia con Hobbes, filosofo dilettante di matematica ma piuttosto incompetente che pretese di aver risolto il problema della quadratura del cerchio. Wallis denunciò gli errori del filosofo e fu un continuo batti e ribatti di pubblicazioni fra i due che terminò solamente alla morte di Hobbes. Wallis trovò la seguente formula:

$$\pi = 2 \times \frac{2\times2}{1\times3} \times \frac{4\times4}{3\times5} \times \frac{6\times6}{5\times7} \times \ldots\ldots$$

la convergenza è lentissima!!!!

π Il numero nella storia… ai tempi dell’analisi

- ***Brouncker*** fondatore assieme a Wallis della Royal Society propose la bella formula

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{3^2}{2 + \cfrac{5^2}{\ddots \; 2 + \cfrac{\dots.}{\dots + \cfrac{(2n+1)^2}{\dots.}}}}}$$

π Il numero nella storia… ai tempi dell'analisi

- Lo scozzese ***Gregory*** (11638-1675) tentò di dimostrare che il problema della quadratura del cerchio era impossibile da risolversi con riga e compasso ma commise degli errori → *inizia a farsi strada l'idea di una dimostrazione dell'impossibilità di quadrare il cerchio.*
- Gregory ha scoperto anche la seguente formula:
- $$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots$$
- con un metodo che si interpreta oggi come il calcolo di arctan(x) in quanto primitiva di $\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \ldots$
- Ponendo *x=1* si ottiene $\boldsymbol{\pi} = 4(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots.)$
- che Gregory non scrisse mai esplicitamente (forse perché non era utile al calcolo di $\boldsymbol{\pi}$). Infatti

$$4(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots.\frac{1}{101}) = 3{,}16119\ldots$$
$$4(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots.\frac{1}{1001}) = 3{,}143588\ldots$$
$$4(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots.\frac{1}{100\,001}) = 3{,}1416126\ldots$$

π nella storia ai tempi dell'analisi

- ***Leibniz*** (1646-1716) non esita più a ricorrere ai passaggi al limite; nel 1674 propose la formula di π che Gregory era stato sul punto di scrivere ed altre espressioni che avevano il vantaggio di convergere più velocemente.
- ***Newton*** (1642-1727) partendo dalla formula del binomio
- $(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \cdots$ la generalizza per $(1+x)^\alpha$ e

  siccome la derivata di arcsen(x) $= (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ ne deduce uno sviluppo di arcsen(x) per cui, prendendo x=1/2, produce una formula per il calcolo di π che converge rapidamente (guadagnando comunque tre cifre ogni cinque passaggi come col metodo di Archimede)
- ***John Machin*** (1680-1752), professore di Astronomia a Londra, utilizzando lo sviluppo dell'arcotangente di x è il primo matematico a calcolare 100 decimali di π**.**
- ***Eulero*** (1707-1783) scoprì diverse formule su π di cui una molto elegante (ma lentissima nel convergere) è: $\frac{\pi^2}{6}=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\ldots=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$.

π Il numero nella storia…
Dal calcolo manuale all'era delle macchine

Le formule delle arcotangenti date dall'analisi hanno permesso di determinare sempre più decimali. Verso il 1945 l'avvento dei calcolatori elettronici provocò una rivoluzione tra i 'cacciatori di decimali' rendendo la competizione ancora più interessante e appassionante perché programmare un calcolatore richiede una comprensione matematica sempre più approfondita.

I **fratelli Chudnovsky** (David, nato nel 1947, e Gregory, nato nel 1952, entrambi a Kiev) sono dei matematici statunitensi noti per le loro vaste capacità matematiche, i loro super-computer auto-costruiti e il loro stile di lavoro in coppia. Un articolo pubblicato nel 1992 sul *The New Yorker* riferiva che secondo molti accademici Gregory Chudnovsky è uno dei migliori matematici viventi. David Chudnovsky lavora a stretto contatto col fratello e lo assiste dal momento che è malato di miastenia.

π Il numero nella storia…
Dal calcolo manuale all'era delle macchine

- I fratelli Chudnovsky hanno stabilito a più riprese il primato per il calcolo di π col maggior numero di cifre decimali, raggiungendo due miliardi di cifre nei primi anni novanta con un super-computer che essi stessi si erano costruiti nel loro appartamento di Manhattan, che chiamarono "m-zero".
- Nel 1987, i fratelli Chudnovsky hanno sviluppato l'algoritmo di cui si sono serviti per battere a più riprese il record di calcolo di π. Oggi questo algoritmo è integrato nel software di Mathematica per calcolare le cifre decimali di π.
- L'algoritmo permette di calcolare molto rapidamente le cifre decimali di π tramite la serie:

$$\frac{1}{\pi} = 12\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (6k)!(13591409 + 545140134k)}{(3k)!(k!)^3 640320^{3k+3/2}}$$

- Esso si basa su analoghe formule sviluppate dal matematico indiano Ramanuian e permette di ottenere 8 cifre decimali esatte di π già col primo termine (*k =0*).

π Il numero nella storia… Dal calcolo manuale all'era delle macchine

- **Srinivasa Aiyangar Ramanujan** (1887 – 1920) è stato un matematico indiano.
- Bambino prodigio, imparò, in gran parte da autodidatta, la matematica.
- Ramanujan ha lavorato principalmente nella teoria analitica dei numeri ed è noto per molte formule di sommatorie che coinvolgono costanti come pi greco e numeri primi. Spesso le sue formule erano enunciate senza dimostrazione e solo in seguito si rivelarono corrette. I suoi risultati hanno ispirato un gran numero di ricerche matematiche successive. Nel 1997 fu lanciato il *Ramanujan Journal* per la pubblicazione di lavori "in aree della matematica influenzate da Ramanujan".

π Il numero nella storia…
Dal calcolo manuale all'era delle macchine

Alcuni tra gli ultimi record:

- Fabrice Bellard il 31/12/2009 con un computer domestico determinò quasi 2,7 migliaia di miliardi di cifre decimali utilizzando l'algoritmo di Chudnovsky. Il Daily Telegraph riportava che leggendo a voce alta una cifra al secondo occorrerebbero circa 85000 anni!
- Il 2/08/2010 Shigeru Kondo con un computer domestico modificato ha calcolato 5000 milardi di cifre decimali….
- …e continui record si susseguono….
- A causa dei limiti legati alla fisicità del nostro mondo (dimensione degli elettroni e dell'universo, velocità della luce…) alcuni valutano che non potranno essere mai calcolate più di 10^{77} cifre decimali anche se l'Umanità si consacrasse a questa sfida per secoli utilizzando tutto lo spazio, tutta la materia e tutta l'energia disponibile. ?!?!?

π e la sua natura

- Il numero π nasce come rapporto cioè

RATIO circumferentiae circuli ad diametrum

La radice etimologica di ‘rapporto’, ‘razionale’ e ‘ragione’ è la stessa.

Per **Pitagora** (V sec. a.C.) *«Tutto è numero»*

ma il numero non era considerato in sé ma concepito in quanto rapporto tra numeri interi e quindi

Tutto è numero = Tutto è numero razionale = Tutto è razionale

Aneddoto su Pitagora ed il suono dei martelli nella bottega del fabbro ferraio →

MONDO FISICO
martelli…
MONDO OGGETTIVO
SCIENZA

↔

La MATEMATICA
come ponte
fra questi MONDI

MONDO DELLE ARTI
musica
MONDO SOGGETTIVO
UMANESINO

$\boldsymbol{\pi}$ e la sua natura

- $\boldsymbol{\pi}$ è quindi razionale? Solo nel **1761** per opera di Johann Heinrich **Lambert** fu dimostrato che $\boldsymbol{\pi}$ è **irrazionale**!
- Che i numeri fossero razionali, cioè rapporto fra numeri interi, era un fatto ovvio, ragionevole, finché IPPASO di Metaponto, discepolo di Pitagora, non 'scopre' l'esistenza di numeri irrazionali cioè equivalentemente di segmenti incommensurabili . La leggenda narra che Ippaso perì in un naufragio. Secondo Proclo (V sec.) *«..gli autori della leggenda hanno voluto dire che tutto quello che è irrazionale e privo di forma deve rimanere nascosto. Se l'anima vuole penetrare in questa regione segreta e lasciarla aperta allora essa è trascinata nel mare del divenire ed affogata nell'incessante movimento delle sue correnti..»*

π e la sua natura

- La diagonale di un quadrato è costruibile con riga e compasso quindi $\sqrt{2}$ (rapporto fra la diagonale di un quadrato ed il suo lato) è un numero 'costruibile con riga e compasso'
- Anche π lo è? In altre parole si può esprimere π attraverso una espressione algebrica <u>finita</u> che utilizza delle <u>radici quadrate</u>?
- <u>E' il problema della quadratura del cerchio!</u> Più i matematici 'professionisti' si avvicinavano a pensare che fosse dimostrare l'impossibilità della quadratura del cerchio, più fra i 'dilettanti della matematica' fiorivano dimostrazioni (errate) di tale problema tanto che per contrastare il «morbo ciclometrico» il quale poiché folle di persone per rincorrere la soluzione al problema , prestando fede alla diceria di laute ricompense da parte dei Governi, rinunciava a utili occupazioni , la Reale Accademia delle Scienze di Parigi nel 1775 decise di non esaminare più le «soluzioni» del problema ad essa pervenute.

π e la sua natura

- Visto i fallimenti dei tentativi per quadrare il cerchio è possibile pensare di potere esprimere π attraverso una espressione algebrica finita che utilizza delle radici non quadrate? Cioè può essere un numero *finitamente* definibile con le operazioni elementari?

All'inizio del XIX secolo i progressi dell'algebra conducono alla comprensione chiara che né le radici quadrate né le radici n-esime bastano per rappresentare tutte le grandezze. In effetti nel 1824 il matematico norvegese ***Abel*** (1802-1829) stabilì che certe equazioni di grado superiore a 4 non sono risolvibili per radicali.

π e la sua natura

- ***Galois*** (1811-1832) ragazzo prodigio morto appena ventenne in uno stupido duello, riuscì a determinare un *metodo generale* per scoprire *se un'equazione è risolvibile o meno per radicali* cioè con operazioni quali somma, sottrazione, moltiplicazione, divisione, elevazione di potenza ed estrazione di radice, completando l'opera di Abel.

- Riassumendo poiché i numeri finitamente definibili per radicali non esaurivano tutte le grandezze ***si imponeva una estensione dell'idea di grandezza finitamente definibile per radicali attraverso la nozione di ……………***

numero algebrico.

- (e la storia continua…..)